

Секция 5

Прикладная небесная механика и управление движением**О РАЗЛИЧНЫХ ТИПАХ ПОЛОЖЕНИЙ РАВНОВЕСИЯ
СПУТНИКА - ГИРОСТАТА НА КРУГОВОЙ ОРБИТЕ****В.А. Сарычев****(Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН)***vas31@rambler.ru*

Исследуются различные типы положений равновесия в прямой задаче спутника-гиростата, движущегося по круговой орбите под действием гравитационного момента. Положения равновесия определяются тремя моментами инерции спутника-гиростата и тремя компонентами гиросtatического момента. Эти шесть размерных величин можно свести к четырем безразмерным параметрам системы. Кратко рассмотрены три варианта положений равновесия прямой задачи спутника-гиростата с неравными моментами инерции, когда отличны от нуля одна, две или три компоненты гиросtatического момента. В четвертом варианте исследованы положения равновесия осесимметричного спутника-гиростата при произвольных значениях компонент гиросtatического момента.

Основное внимание в докладе уделяется новому, пятому варианту, посвященному поиску простейших положений равновесия спутника-гиростата в орбитальной системе координат (положения равновесия по углам тангажа, крена и рыскания). Определены все положения равновесия спутника-гиростата в главных плоскостях орбитальной системы координат. Показано, что все положения равновесия по тангажу тривиальны (соответствуют различным случаям совпадения главных осей инерции спутника-гиростата с осями орбитальной системы координат). Получены четыре типа положений равновесия спутника-гиростата в плоскости, перпендикулярной радиус-вектору (по углу рыскания) и два

типа положений равновесия в плоскости, перпендикулярной касательной к орбите (по углу крена). Найдены бифуркационные кривые в плоскости параметров системы, при переходе через которые изменяется число положений равновесия спутника-гиростата. Получены с использованием обобщенного интеграла энергии достаточные условия устойчивости положений равновесия спутника-гиростата.

**ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ОТНОСИТЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ
КОСМИЧЕСКОЙ СТАНЦИИ С ДЕФОРМИРУЕМЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ**

В.М. Морозов, А.В. Ильинская

***(НИИ механики Московского государственного
университета им. М.В. Ломоносова)***

moroz@imec.msu.ru

Увеличение размеров КА и уменьшение жесткости их конструкции приводит к появлению упругих деформаций, которые оказывают существенное влияние на динамику объекта. Рассматривается механическая система, которая состоит из двух твердых тел, соединенных массивным гибким стержнем. Центр масс системы движется по круговой орбите вокруг Земли. Потенциальная энергия системы складывается из потенциальной энергии центробежных сил, потенциальной энергии гравитационных сил и потенциальной энергии упругой деформации стержня.

На основании принципа возможных перемещений уравнения относительного равновесия получаются путем приравнивания нулю первой вариации функционала потенциальной энергии. Достаточные условия устойчивости положений относительного равновесия получаются как условия положительной определенности второй вариации функционала потенциальной энергии, которая может быть представлена в виде суммы квадратичного функционала, зависящего от упругих перемещений, квадратичной формы обобщенных координат и билинейного функционала.

Для установления необходимых и достаточных условий положительной определенности второй вариации выражение можно представить в виде двух независимых частей при помощи функции, доставляющей минимум сумме квадратичного и билинейного функционалов при фиксированных обобщенных координатах. Таким образом, достаточные условия устойчивости относительного равновесия состоят из условий положительной определенности квадратичного функционала, зависящего от упругих перемещений, и квадратичной формы обобщен-

ных координат. Эти общие условия выражены через параметры исходной системы для трех различных положений относительного равновесия: когда недеформированный стержень располагается по радиус-вектору орбиты, по касательной к орбите и по нормали к плоскости орбиты.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант № 12-01-00371).

ЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТРОСА КОСМИЧЕСКОГО ЛИФТА

А.Б. Нуралиева, Ю.А. Садов

(Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН)

anna-nuralieva@rambler.ru, sadovya@keldysh.ru

Авторы, в основном, используют разработанную ими нелинейную модель [1] весомого, гибкого, нерастяжимого, профилированного, равномерно нагруженного троса. Ее можно линеаризовать в окрестности вертикального положения равновесия, чтобы найти собственные формы и частоты колебаний. Линеаризованная система распадается на экваториальную и меридиональную части. Исследование их приводит к неклассической задаче Штурма-Лиувилля со спектральным параметром в краевом условии. Решение для экваториальной части предложено Г.В. Калачевым и подробно описано в [2]. Меридиональная часть решается подобным образом. Собственные формы линейной задачи при ограничениях на отклонения дают периодические колебания и в нелинейной модели.

Также важны коротковолновые (около 100 км) колебания. Их может создавать, например, подъемник. Вычисление высоких частот описанным в [2] способом трудоемко, поэтому создан асимптотический метод нахождения собственных частот. Его точность увеличивается с увеличением номера моды.

Приведены примеры линейных и нелинейных движений.

1. Ю.А. Садов, А.Б. Нуралиева. Нелинейные поперечные колебания троса космического лифта // Математическое моделирование. – 2011. – Т. 23. – №12. – С. 3-19.

2. Г.В. Калачев, А.Б. Нуралиева, А.В. Чернов. Малые колебания троса космического лифта // Труды МФТИ. – 2013. (в печати)

**АВТОРОТАЦИЯ ВЕРТУШКИ С ВЯЗКИМ НАПОЛНИТЕЛЕМ
В ПОТОКЕ СРЕДЫ****Досаев М.З.****(НИИ механики Московского государственного
университета им. М.В. Ломоносова)***dosayev@imec.msu.ru*

Взаимодействие авторотирующих тел с потоком среды приводит к их вращению. Рассматривается движение в потоке среды симметричной четырехлопастной вертушки с закрепленной на оси симметрии точкой. Вертушка содержит осесимметричную полость, целиком заполненную вязким жидким наполнением. Предполагается, что аэродинамическая нагрузка приложена только к лопастям вертушки и моделируется с помощью квазистатического подхода. Для описания внутреннего трения между стенками полости и вязким наполнением используется феноменологическая модель, предложенная В.А. Самсоновым, согласно которой внутреннее трение сводится к результирующей паре сил с моментом, линейно зависящим от разности вектора вихря жидкости и угловой скорости тела. Построена динамическая модель, описывающая движение механической системы вокруг неподвижной точки. Найдено стационарное движение, соответствующее перманентному вращению вертушки и наполнителя вокруг оси симметрии. После линеаризации уравнений движения в окрестности стационарного движения динамическая система распадается на две независимые подсистемы. Исследуется устойчивость стационарного движения на возмущения угловой скорости собственного вращения.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант № 12-01-00364).

**ЭВОЛЮЦИЯ ВОЗМУЩЕННЫХ ВРАЩЕНИЙ НЕСИММЕТРИЧНОГО
СПУТНИКА ОТНОСИТЕЛЬНО ЦЕНТРА МАСС****Л.Д. Акуленко, Д.Д. Лещенко, А.Л. Рачинская, Ю.С. Щетинина
(Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Одес-
ская государственная академия строительства и архитектуры,
Одесский национальный университет им. И.И. Мечникова)***kumak@ipmnet.ru, leshchenkodmytro@gmail.com, ra-
chinskaya@onu.edu.ua, powtampik@gmail.com*

Рассматривается движение динамически несимметричного спутника относительно центра масс под действием сил гравитации и сопро-

тивления среды. Спутник содержит полость, целиком заполненную жидкостью большой вязкости. Вращательные движения рассматриваются в рамках модели динамики квазитвердого тела, центр масс которого движется по эллиптической орбите. Исследование эволюции вращений спутника проводится на асимптотически большом интервале времени. Получена система уравнений движения, содержащая медленные и быстрые переменные. Применяется процедура усреднения по движению Эйлера–Пуансо. Установлены эффекты убывания модуля кинетического момента и кинетической энергии тела. Определена эволюция квадрата модуля эллиптических функций.

**ИССЛЕДОВАНИЕ И ЛАБОРАТОРНЫЕ ИСПЫТАНИЯ ГИСТЕРЕЗИСНЫХ
ПЛАСТИН НАНОСПУТНИКА BEESAT-3**

Н.В. Куприянова, Д.С. Иванов, В.И. Пеньков

(Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН)

keyna@mail.ru

В связи с появлением малогабаритных спутников и особенно с распространением в последние годы, так называемых, кубсатов (массой 1 кг и объемом 1 л) значительно усилился интерес к разработке и созданию пассивных магнитных систем ориентации. Такие системы обычно состоят из сильного постоянного магнита и набора гистерезисных стержней, изготовленных по специальной технологии из магнитно-мягкого материала с малой коэрцитивной силой, высокой магнитной проницаемостью в слабых полях и не достигающих насыщения в геомагнитном поле.

На кубсате Берлинского технического университета (БТУ) BEESAT-3, запущенном в 2013 году, впервые в качестве демпфера использовалась гистерезисная пластина, которая технологически удобно вписывается в грань куба наноспутника. В рамках двустороннего соглашения между ИПМ им. М.В. Келдыша РАН и БТУ проводятся лабораторные исследования копии гистерезисной пластины, используемой на кубсате BEESAT-3. В состав лабораторного стенда входит генератор периодических сигналов, который подключен к катушке большого диаметра. При изменении напряжения на концах катушки внутри неё индуцируется переменное магнитное поле, в которое помещается гистерезисная пластина. С помощью измерительной катушки определяется величина магнитной индукции внутри гистерезисного материала. Сигнал генератора и сигнал с измерительной катушки поступают на цифровой осциллограф. Вре-

менная развертка полученных сигналов обрабатывается с помощью специального программного обеспечения на персональном компьютере. В результате обработки строится гистерезисная петля материала, по которой определяются основные параметры, характеризующие демпфирующие свойства гистерезисного материала.

В работе приводятся результаты испытаний гистерезисных пластин, а также результаты ряда экспериментов с использованием нескольких стержней, расположенных на различном взаимном расстоянии. Показано, что магнитные параметры набора гистерезисных стержней, характеризующие демпфирующие свойства, лучше магнитных параметров пластины.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № № 12-01-33045 и 13-01-00665) и Минобрнауки (грант № 8182).

ТОЧКИ ЛИБРАЦИИ ГЕОПОДОБНОГО АСТЕРОИДА

А.В.Родников

**(Московский государственный технический
университет им. Н.Э. Баумана)**

avrodnikov@yandex.ru

Если астероид можно рассматривать как прецессирующее динамически симметричное твердое тело, то космическую станцию, предназначенную для его изучения, можно поместить в одну из точек либрации, то есть в одно из положений равновесия в системе отсчета, вращающейся вокруг оси прецессии вместе с осью динамической симметрии. Ранее такие положения относительного равновесия изучались в предположении, что гравитационный потенциал астероида может быть аппроксимирован потенциалом двух материальных точек действительных масс. Однако, если астероид имеет форму тела, неравномерно сжатого вдоль оси динамической симметрии и напоминает по форме Землю, то в соответствии с аппроксимациями, предложенными в работах В.Г. Демина, гравитационный потенциал малой планеты можно рассматривать как потенциал двух материальных точек комплексно сопряженных масс. В этом случае, как и в любой ситуации, которую можно изучать в рамках Обобщенной ограниченной круговой задачи трех тел В.В. Белецкого, точки либрации принадлежат двум плоскостям: плоскости, проходящей через центр масс астероида перпендикулярно оси прецессии (“треугольные” точки либрации - ТТЛ) и плоскости, образуемой осями прецессии и динамической симметрии (“компланарные” точки либрации – КТЛ).

В настоящей работе устанавливается, что ТТЛ геоподобного астероида неустойчивы и лежат на оси, проходящей через центр масс малой планеты перпендикулярно оси прецессии. Существуют 0, 1 или 2 ТТЛ.

Показывается, что КТЛ могут быть разделены на три группы: “внешние”, “внутренние” и “центральные”. Количество внешних КТЛ всегда равно двум, с ростом угловой скорости они перемещаются из бесконечности в “фиктивные притягивающие центры” гравитационного потенциала. Количество внутренних КТЛ может меняться от двух до шести. При изменении угловой скорости прецессии они перемещаются внутри острых углов, образуемых осями прецессии и динамической симметрии. Центральные КТЛ может быть от нуля до трех. Эти точки располагаются между центром масс астероида и одним из фиктивных притягивающих центров. Строятся диаграммы зависимости количества КТЛ того или иного типа в зависимости от значений параметров задачи.

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ОРБИТЫ И ИНВАРИАНТНЫЕ МНОГООБРАЗИЯ В ОГРАНИЧЕННОЙ КРУГОВОЙ ЗАДАЧЕ ТРЕХ ТЕЛ

М.Г. Широбоков

(Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН)

shmaxg@gmail.com

В работе представлена одна из современных методик проектирования траекторий КА с использованием теории динамических систем в рамках ограниченной круговой задачи трех тел. Эта методика основана на построении траекторий вдоль устойчивых и неустойчивых инвариантных многообразий периодических орбит, существующих в окрестности точек относительного равновесия – точек Лагранжа.

Особенности динамики задачи трех тел позволяют получить принципиально новый класс траекторий, не существующий в рамках модели сопряженных конических сечений. Такие траектории, отражающие хаотическую динамику системы трех тел в окрестности точек Лагранжа, оказываются самыми экономичными в плане затрат характеристической скорости. Стоит отметить, однако, что их высокая чувствительность к начальным данным обуславливает повышенные требования к точности расчета многообразий и порождающих периодических орбит, которую удастся обеспечить с помощью метода дифференциальной коррекции. Само же построение периодических орбит ведется с помощью двух базовых инструментов: матрицы монодромии и отображения Пуанкаре.

В работе приведены численные результаты применения представленной методики к задаче управляемого увода КА с периодической орбиты около точки Лагранжа L_1 системы Земля-Луна. Рассмотрены варианты увода на околоземную или окололунную орбиты и столкновение с Луной.

Исследование поддержано Программой № 22 Президиума РАН и РФФИ (грант № 12-01-33045).

ОТ ЗАДАЧИ КЕПЛЕРА К ЗАДАЧЕ ТРЕХ ТЕЛ: ПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ

А.Б. Батхин

(Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН)

batkhin@gmail.com

Рассматривается связь симметричных периодических решений задачи Кеплера и ограниченной задачи трех тел. Для этого используется некоторое обобщение плоской круговой задачи Хилла, при котором центральное тело может иметь как ньютонов потенциал притяжения (вариант классической задачи), так и потенциал отталкивания. В последнем случае полученную задачу назовем задачей анти-Хилла.

Задача Кеплера в неподвижной (сидерической) системе координат вырождена в том смысле, что любое ее финитное движение периодическое. При переходе в равномерно вращающуюся (синодическую) систему координат это вырождение снимается, а периодические решения формируют два типа семейств: два семейства круговых орбит – прямые Id и обратные Ir , период которых произволен, и счетное число семейств E_N эллиптических орбит с периодом, соизмеримым с 2π . Каждое семейство эллиптических орбит однократно пересекает семейства прямых и обратных круговых орбит. При малом возмущении уравнений синодической задачи Кеплера происходит бифуркация в точках пересечения семейства Id и некоторых семейств двояко симметричных эллиптических орбит, в результате которой образуется одно общее семейство двояко симметричных периодических решений. Это семейство начинается прямыми круговыми орбитами малого радиуса. При продолжении вдоль семейства последовательно меняются направление движения и кратность орбиты. При дальнейшем возмущении семейства по параметру обобщенной задачи Хилла с ним происходят существенные изменения.

1) Семейство «разрывается» на счетное число участков. При этом «разрывы» семейства происходят вблизи асимптотических орбит, имеющих бесконечное число петель.

2) Каждый из образовавшихся участков продолжается либо непосредственно в соответствующее семейство двояко симметричных периодических решений задачи Хилла, либо в семейство двояко симметричных периодических решений задачи анти-Хилла. Последние семейства в ряде случаев приводят к новым периодическим решениям задачи Хилла. Все найденные решения продолжают до решений ограниченной задачи трех тел.

**ЕДИНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ВЕКОВОЙ ЧАСТИ ВОЗМУЩАЮЩЕЙ
ФУНКЦИИ ВЗАИМНОГО ПРИТЯЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ**

М.А.Вашковьяк¹, С.Н.Вашковьяк², Н.В.Емельянов^{2,3}

¹ (Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН)

² (Московский государственный университет
им. М.В. Ломоносова, Государственный астрономический
институт им. П.К. Штернберга).

³ (Парижская обсерватория, Институт небесной механики
и вычисления эфемерид)

vashkov@keldysh.ru, vashkov@sai.msu.ru, emelia@sai.msu.ru

В работе предложено новое специальное представление вековой части возмущающей функции взаимного притяжения двух планет (спутников). В отличие от известных оно имеет единую аналитическую форму для внешней и для внутренней орбит возмущающего тела и справедливо при любых отношениях больших полуосей орбит - как малых, так и достаточно близких к единице. Кроме того, получена асимптотика при «сближениях» между собой значений больших полуосей двух орбит. В результирующем выражении сохранены только несколько первых членов степенного ряда по малым эксцентриситетам и синусу взаимного наклона планетных (спутниковых) орбит. Численные оценки показали хорошее согласование полученного разложения вековой части возмущающей функции с классическими результатами.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРИНЦИПА МАКСИМУМА ДЛЯ КОМПЛЕКСНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ТРАЕКТОРИЙ И ПАРАМЕТРОВ КОСМИЧЕСКИХ ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ

А.А. Голиков, А.С. Филатьев
(Центральный аэрогидродинамический
институт им. проф. Н.Е. Жуковского)
filatyev@yandex.ru

Разработан подход к комплексной оптимизации траекторий и параметров космических транспортных систем (КТС) по критерию целевого применения на основе принципа максимума Понтрягина. В качестве критерия может использоваться, например, масса полезного груза, стартовая масса, время перелета. Подход предусматривает декомпозицию исходной многодисциплинарной задачи на «монодисциплинарные» подзадачи: динамики и управления, аэродинамики и прочности. Принцип максимума позволяет осуществить декомпозицию объективно, опираясь на физический смысл сопряженных переменных и функций Лагранжа как функций чувствительности экстремума функционала к вариациям фазового вектора и ограничениям, в том числе параметров задачи.

Использование метода демонстрируется на примере комплексной оптимизации траекторий и параметров перспективных КТС с вертикальным, воздушным и горизонтальным типом старта. Приводятся качественно новые по сравнению с традиционными оптимальные решения, полученные на основе разработанного подхода и комплекса программ. В частности, получены оптимальные решения, обеспечивающие увеличение относительной массы выводимого полезного груза за счет установки на ракету малых аэродинамических поверхностей. При этом структура оптимального управления качественно отличается от классической квазилинейной программы изменения угла тангажа Охотимского - Энеева.

**ВКЛАД Э.Л. АКИМА В ПРОГРАММУ ОСВОЕНИЯ
КОСМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА**

Ю.Ф. Голубев, Г.С. Заславский, В.А. Степаньянц, А.Г. Тучин
(Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН)
tag@kiam1.rssi.ru

Выдающийся отечественный учёный член-корреспондент РАН Эфраим Лазаревич Аким (1929 – 2010 гг.) входит в число тех лучших представителей науки и техники, чей талант и самоотдача обеспечили начало космической эры: исследование и освоение космического про-

странства. Особое место в его жизни занимали лунные проекты и полёты к планетам.

Вся профессиональная деятельность Эфраима Лазаревича была связана с Институтом прикладной математики, куда он пришёл на работу сразу после окончания МГУ и прошёл путь от стажёра-исследователя до заместителя директора Института, защитил кандидатскую и докторскую диссертации, стал лауреатом Ленинской и трижды лауреатом Государственных премий. Он возглавил Баллистический центр Института и руководил им до конца своей жизни.

Первый номер журнала «Космические исследования» открывается фундаментальной статьёй Э.Л. Акима и его учителя Т.М. Энеева «Определение параметров движения космического летательного аппарата». В этой статье обобщён опыт определения орбит искусственных небесных тел, полученный ещё при первых космических полётах. И хотя с тех пор прошло несколько десятилетий и методы определения орбит совершенствовались несколькими поколениями учёных, на эту основополагающую статью продолжают ссылаться.

Важный этап освоения космического пространства был связан с исследованием Луны. Под руководством Э.Л. Акима были выполнены проектные исследования, связанные с навигационным обеспечением полётов к Луне всех наших космических аппаратов («Луна 1 – 24»). Для осуществления высокоточных расчётов при проектировании орбит требовалось знать гравитационное поле Луны. Измерить гравитационное поле Луны можно только косвенно, наблюдая за отклонениями орбит искусственных спутников. Э.Л. Аким и его ближайшим сотрудникам принадлежат пионерские результаты по модели гравитационного поля Луны.

Э.Л. Аким внёс существенный творческий вклад в разработку схемы первых полётов КА к Венере и Марсу, положенную в основу всех последующих полётов наших КА к этим планетам. Особо ответственный участок полёта – сближение с планетой. При непосредственном участии Э.Л. Акима была разработана схема управления полётом КА на заключительном этапе движения.

До конца жизни Э.Л. Аким сохранил нацеленность на новое, сразу угадывал перспективные направления. Он был инициатором, организатором и теоретиком работы по созданию высокоточной автономной системы навигации (АСН) ИСЗ по сигналам GPS и ГЛОНАСС.

Вся жизнь Эфраима Лазаревича Акима – это пример беззаветного служения науке.

**ОПТИМАЛЬНОЕ ДОЛГОВРЕМЕННОЕ ПОДДЕРЖАНИЕ
КОСМИЧЕСКОЙ СТАНЦИИ НА ОКОЛОЛУННЫХ ГАЛО-ОРБИТАХ****Ю.П. Улыбышев****(Ракетно-космическая корпорация «Энергия» им. С.П. Королева)***Yuri.Ulybyshev@rsce.ru*

Представлены методы решения задач оптимизации длительного поддержания окололунных гало-орбит для космической станции с малой тягой на основе ранее предложенной автором концепции множеств псевдоимпульсов. Методы используют дискретизацию траектории на сегменты и введение множеств псевдоимпульсов для каждого сегмента. Краевые условия представлены в виде линейного матричного уравнения. Матричное неравенство для сумм характеристических скоростей всех псевдоимпульсов каждого сегмента используется для преобразования задачи в форму линейного программирования высокой размерности. Рассматриваются различные схемы маневрирования для управления космической станцией на квазипериодических гало-орбитах в окрестности точки либрации L_2 системы Земля-Луна. Используется точная модель движения, учитывающая эллиптичность и наклон лунной орбиты, гравитационные возмущения от Солнца и давление солнечного света. Для каждой опорной гало-орбиты, определяемой из решения краевых задач для двух последовательных полувитков, однократно рассчитываются частные производные функций влияния. Расчет производных включает два этапа. На первом для каждого сегмента численным интегрированием рассчитываются частные производные для малых импульсов. Далее для всех псевдоимпульсов каждого сегмента формируется матрица функций влияния для краевых условий. Элементы матрицы являются линейными комбинациями частных производных. Оптимальные решения длительного поддержания гало-орбит находятся путем последовательного решения краевых задач смежных полувитков. Приводятся результаты моделирования на годовых интервалах и сравнительного анализа для гало-орбит близких к плоскости орбиты Луны и наклонных орбит, обеспечивающих непрерывную видимость космической станции с Земли. Представлен итеративный алгоритм оптимального поддержания подобных орбит для очень малой тяги, когда продолжительность маневров соизмерима с периодом гало-орбит. Он может использоваться для оценок необходимой тяговооруженности окололунной космической станции.

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИЙ ПЕРЕЛЕТА К ТОЧКЕ ЛИБРАЦИИ L_1
СИСТЕМЫ ЗЕМЛЯ-ЛУНА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА
С ЭЛЕКТРОРАКЕТНОЙ ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКОЙ**

Р.В. Ельников

**(Московский авиационный институт (национальный
исследовательский университет))**

elnikov_rv@mail.ru

В докладе рассматривается задача перелета КА, оснащенного маршевой электроракетной двигательной установкой (ЭРДУ), с орбиты типа «Молния» в коллинеарную точку либрации L_1 системы Земля-Луна (с выравниванием геоцентрической скорости КА и точки либрации). В составе ЭРДУ КА используется один СПД-100. Требуемая конечная масса аппарата в точке либрации составляет 240 кг. Расчет траектории проводился в обратном времени, при этом требовалось определить затраты рабочего тела ЭРДУ и массу КА на начальной орбите.

Математическая модель движения КА учитывает гравитационное воздействие от Земли, Луны и Солнца. Земля рассматривается как сжатый по полюсам сфероид (учитывается вторая зональная гармоника гравитационного потенциала Земли). Для нахождения эфемерид небесных тел используется модель DE405.

Законы управления вектором тяги ЭРДУ найдены с помощью применения принципа максимума Понтрягина. Рассматривается задача перелета КА с начальной орбиты в точку либрации за минимальное время. Траектория движения КА не предполагает наличия пассивных участков, так как рассматривается задача быстродействия. При расчете траектории считается, что фазовые переменные КА в каждый момент времени известны точно, а управление реализуется идеально. В результате решения задачи определены основные проектно-баллистические характеристики перелета: величина характеристической скорости маневра перехода, суммарное время перелета и т.д. Построены зависимости параметров движения КА от времени полета.

Также был исследован вопрос зависимости величины характеристической скорости перелета от даты старта. Дата старта перебиралась в течение одного лунного месяца для двух эпох запуска КА – с наименьшим и наибольшим значениями наклона орбиты Луны.

**УПРАВЛЯЕМОЕ ДВИЖЕНИЕ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА
В ОКРЕСТНОСТИ ТОЧКИ L_2 СИСТЕМЫ ЗЕМЛЯ-СОЛНЦЕ****И.А. Пономарева****(Центральный научно-исследовательский
институт машиностроения)***irina.alex.ponomareva@gmail.com*

Активное освоение космического пространства требует решения целого ряда задач по обеспечению космических полетов, в том числе связанных с выбором орбит и траекторий на всех этапах полета. В настоящее время возрастает интерес к точкам либрации, необычные динамические свойства которых позволяют решать важные технические задачи. Разрабатываются проекты запуска КА в окрестности точек либрации Солнечной системы. Особое внимание уделяется траекториям полета к точке L_2 системы Земля-Солнце и удержания КА в окрестности этой точки. Так, российский проект «Спектр-РГ», запланированный на ближайшие годы, предполагает одноимпульсный перелет на гало-орбиту в окрестности точки L_2 и поддержание этой орбиты в течение 7 лет с проведением коррекций раз в 70-90 суток. В настоящей работе показана возможность поддержания орбиты с проведением коррекций раз в 5-7 месяцев. Построение траектории космического аппарата осуществляется путем решения краевой задачи с помощью обобщенного метода Ньютона, не требующего близости начального приближения к искомому решению. Использование указанного метода устраняет основную проблему, возникающую при решении краевых задач традиционными методами, - необходимость расчета начального приближения. В работе представлено численное и графическое описание полученных траекторий и проведен качественный анализ результатов.

**КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЕ ТРАЕКТОРИИ ПЕРЕЛЕТА К ЮПИТЕРУ
С МАЛОЙ ТЯГОЙ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ДВУХ ГРАВИТАЦИОННЫХ
МАНЕВРОВ У ЗЕМЛИ****М.С. Константинов, Мин Тейн****(Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет))***mkonst@bk.ru , minnntheino@mail.ru*

В работе рассматривается использование малой тяги и двух гравитационных маневров у Земли для повышения массы КА, доставляемого в окрестность Юпитера. Задача оптимизации траектории перелета КА формулируется с помощью принципа максимума. При этом задача оп-

тимального управления сводится к четырехточечной краевой задаче. Решение такой задачи составляет основную сложность. Для ее преодоления предлагается использовать следующий подход. Рассматривается вспомогательная задача оптимизации импульсного перелета. В ней не анализируется участок полета от старта КА от Земли до первого гравитационного маневра. Исследуется только остальная часть маршрута КА: Земля-Земля-Юпитер. Ставится задача найти такую схему перелета, при которой минимизируется сумма гиперболических избытков скорости при отлете от Земли после первого гравитационного маневра и гиперболического избытка скорости при подлете к Юпитеру.

Из полученного импульсного решения используем три полученные даты и компоненты векторов гиперболических избытков скорости после гравитационных маневров. После этого по отдельности производится оптимизация всех трех гелиоцентрических участков с малой тягой. Для обоих участков Земля-Земля в конце траектории рассматриваются следующие краевые условия: а) положение КА совпадает с положением Земли; б) модули векторов гиперболического избытка скорости при подлете Земли и после пролета Земли равны; в) базис вектор при подлете Земли лежит в плоскости гиперболы пролета и г) угол между асимптотами гиперболы меньше или равен максимально допустимому углу. При выборе гелиоцентрической траектории Земля-Юпитер обеспечивается нулевая стыковка.

Анализируется транспортная космическая система, которая базируется на ракете-носителе «Ангара-А5», химическом разгонном блоке «КВТК» и ядерной электроракетной двигательной установке с входной мощностью 50 кВт. Приводятся характеристики гелиоцентрических траекторий для эпох старта в 2021 г и 2022 г.

К ВОПРОСУ ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ДИАГРАММ ТИССЕРАНА ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ГРАВИТАЦИОННЫХ МАНЕВРОВ

Ю.Ф. Голубев, А.В. Грушевский, В.В. Корянов, А.Г. Тучин
(Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН)

Alexgrush@rambler.ru

Реализация космических проектов в системе Юпитера в рамках фундаментальных исследований происхождения и эволюции планет и их спутников в Солнечной системе, предусматривающих посадку на один из его спутников, невозможна без использования гравитационных маневров. Ограниченные динамические возможности, имеющие место в случае маневрирования около спутников Юпитера, требуют множе-

ственных прохождений около них. Очевидна актуальность построения оптимальных сценариев – схем прохождения объектов системы Юпитера и выработки условий их исполнения с учетом обеспечения выполнения научной программы и условий функционирования научной аппаратуры. Необходимо выполнение требований по соблюдению общей длительности миссии, ограничению масштабов предельно допустимой дозы радиации, ограничению затрат характеристической скорости. Использование гравитационных маневров только около одного спутника не позволяет исполнить указанные требования в силу динамических особенностей задачи. Необходимо использование гравитационных маневров с несколькими спутниками. При этом возможно осуществлять построение динамического макета тура в системе Юпитера с помощью диаграмм Тиссерана. В работе приводится описание техники такого построения.

Приводятся типовые примеры её использования в качестве проработки конкретных вариантов миссии Роскосмоса «Лаплас».

ОПТИМАЛЬНОЕ МНОГОИМПУЛЬСНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ФАЗИРОВАНИЯ КРУГОВОЙ ОРБИТЫ

С.П. Трофимов

(Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН)

sertrofimov@yandex.ru

Под фазированием орбиты понимают приведение КА в заданную точку его текущей орбиты за время, отличное от требуемого в случае пассивного движения КА по этой орбите. Так как процедура фазирования является одним из ключевых этапов многих орбитальных операций (сближение и стыковка с орбитальной станцией, приведение геостационарного спутника в точку стояния, формирование и поддержание спутниковых группировок), изучению соответствующих схем маневрирования было посвящено значительное количество работ в области баллистики и прикладной небесной механики. Случай круговой орбиты – наиболее простой для аналитического исследования и вместе с тем наиболее важный для практики – занимает здесь особое положение. Представляется любопытным, однако, что даже для этого случая до сих пор не описана единая структура оптимальных импульсных решений, то есть не продемонстрировано разбиение пространства параметров задачи на зоны в зависимости от числа импульсов для глобально оптимального решения. Сей факт тем более удивителен, что все подпроблемы в целом нетривиальной проблемы построения структуры опти-

мальных решений уже успешно решены по отдельности. Так, Нейштадтом (*Neustadt*, 1964) было впервые показано, что требуемое число импульсов в оптимальном импульсном решении задачи встречи (задача фазирования представляет, очевидно, лишь частный случай такого класса задач) в линеаризованной постановке не превосходит размерности фазового пространства. Значит, для плоской задачи фазирования нужно как максимум четыре импульса. Построение оптимальных четырехимпульсных решений задачи встречи на основе теории базис-вектора Лоудена осуществлено еще Пруссингом (*Prussing*, 1969), а впоследствии алгоритмизировано в работах Баранова и Тереховой (1995) и – несколькими годами позже, но, вероятней всего, независимо – Картера и Альвареза (*Carter & Alvarez*, 2000). Кроме того, отсутствие оптимальных трехимпульсных решений задачи фазирования напрямую следует из другой классической работы Пруссинга (*Prussing*, 1970). Наконец, оптимальные двухимпульсные решения, получающиеся из рассмотрения многовитковой задачи Ламберта, были в подробностях исследованы Шеном и Циотрасом (*Shen & Tsiotras*, 2003). Используя все эти локально оптимальные многоимпульсные решения, легко построить глобальную структуру оптимальных решений, чему и посвящен настоящий доклад.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант № 13-01-00665).

АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК ЛУННОЙ СПУТНИКОВОЙ СИСТЕМЫ

А.Р. Голиков¹, Е.С. Гордиенко², В.В. Ивашкин¹

(¹Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН;

**²Московский государственный технический университет
им. Н.Э. Баумана)**

*golikov@keldysh.ru, gordienko.evgenyy@gmail.com,
ivashkin@keldysh.ru*

В работе исследуются характеристики многоспутниковой лунной системы для обеспечения связи, навигации и обзора лунной поверхности. Работа состоит из двух частей.

В первой части анализируется эволюция околокруговых орбит искусственных спутников Луны (ИСЛ) под действием возмущений от Земли и Солнца, а также совокупности гармоник гравитационного поля Луны вплоть до 30х30. При этом в широких пределах варьируются радиус и наклонение орбит ИСЛ. Приводятся характеристики эволюции пара-

метров орбит на интервалах времени порядка нескольких лет. Исследуются области устойчивости этих орбит.

Во второй части рассмотрена задача определения видимости поверхности Луны системой ИСЛ. Рассматриваются различные конфигурации спутниковых систем. Проводится анализ характеристик систем орбит ИСЛ (радиус, наклонение, число плоскостей орбит, число спутников на орбите). При этом основным показателем сравнения конфигураций является суммарная площадь покрытия поверхности Луны, из каждой точки которой видны КА. Приводятся характеристики видимости поверхности в зависимости от параметров спутниковой системы и допустимого угла места линии визирования.

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОПТИМИЗАЦИИ МНОГОЯРУСНЫХ СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ОБЗОРА

П.Г. Козлов, Ю.Н. Разумный

(Московский авиационный институт

(национальный исследовательский университет))

yury.razoumny@gmail.com

Рассматриваются многоярусные спутниковые системы (МСС) периодического обзора районов Земли, построенные на круговых орбитах с отличающимися высотой и наклонением для спутников в различных «ярусах» при условии обеспечения одинаковой прецессии линии узлов орбит всех спутников системы. Представлены базовые аналитические соотношения для анализа характеристик периодического обзора с помощью таких МСС, а также методические принципы синтеза рациональных вариантов МСС по критерию минимума периодичности обзора.

Показано, что расширение традиционной области оптимизации спутниковых систем (СС) периодического обзора на круговых орбитах с одинаковыми значениями высоты и наклонения, характеризующихся одинаковой скоростью прецессии линии узлов, путем включения в эту область МСС, отличающихся таким же свойством, позволяет предоставить дополнительные резервы повышения качества баллистического проектирования СС периодического обзора за счет применения новых орбитальных структур с высокими характеристиками. Приводятся варианты МСС, существенно превосходящие по характеристикам периодического обзора в одинаковых условиях сравнения, лучшие известные СС на орбитах с одинаковыми значениями высоты и наклонения.

**РЕЗОНАНСНЫЕ ВОЗВРАТЫ АСТЕРОИДОВ, СБЛИЖАЮЩИХСЯ С ЗЕМЛЕЙ,
И ВОЗМОЖНОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ ИХ ТРАЕКТОРИЙ****Л.Л. Соколов****(Санкт-Петербургский государственный университет)***lsok@astro.spbu.ru*

Рассматриваются возможности изменения траекторий астероидов при сближениях с Землей для предотвращения соударений в будущем. Использование земной гравитации позволяет существенно уменьшить необходимое для предотвращения соударения изменение скорости астероида. В качестве примера рассматривается астероид Апофис с возможными соударениями после сближения в 2051 году, самое опасное — в 2068 году. Анализируется множество возможных соударений Апофиса с Землей во второй половине текущего столетия с учетом недавних наблюдений этого астероида. Обсуждаются характеристики более 100 опасных траекторий, ведущих к соударениям. Приведенные результаты находятся в согласии с аналогичными результатами, полученными в НАСА.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 11-02-00232-а) и Программы проведения фундаментальных исследований СПбГУ по приоритетным направлениям (грант № 6.37.110.2011).

**ЭВОЛЮЦИЯ ДВИЖЕНИЯ ИСЗ НА ВЫСОКОАПОГЕЙНОЙ ОРБИТЕ
С ЗАДАЧЕЙ СПУСКА В ТРЕБУЕМЫЙ РАЙОН ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ****А.Р. Голиков, А.Г. Тучин****(Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН)***golikov@keldysh.ru*

Рассматривается задача комфортабельного спуска возвращаемого аппарата с высокоапогейных орбит в заданный район посадки после завершения программы космических экспериментов в рамках проекта «Апогей». Исследована эволюция орбит КА с параметрами при выведении $H_a=200000$ км, $H_n=500$ км, $i=56^\circ$ в течение одного года его активного существования.

В рамках проекта требуются оценки по распределению «окон» для спуска. Было бы полезно найти орбиты КА, обеспечивающие регулярное появление таких «окон» без дополнительных коррекций. Естественно, необходимо долговременное существование КА на орбите вне зависимости от крупных аномалий параметров плотности динамиче-

ской атмосферы – прогнозируемых индексов солнечной активности и геомагнитной возмущенности.

Предложена и использована смешанная методика поиска орбит, обеспечивающих решение задачи. Начальное приближение получается, исходя из аналитических формул эволюционных уравнений движения КА. Далее осуществляется поиск нужных орбит с помощью прогнозирования «пучков» фазовых траекторий. Используется полуаналитическая спутниковая теория THEONA, эффективная для осуществления большого количества прогнозов движения КА на значительных интервалах времени. На заключительном этапе решается краевая задача по минимизации энергетических затрат при формировании предпусковой орбиты. Необходимость и эффективность решения зависит от того насколько «устойчива» найденная рабочая спутниковая орбита.

Показано, что миссия с использованием высокоапогейных орбит оказывается благоприятна по эволюционным характеристикам. Получены условия баллистического существования КА на «устойчивых» орбитах без дополнительных маневров. Найден такой класс орбит, где для рассматриваемого значения наклона и текущего состояния солнечной активности, а также длительности проведения миссии (1 год), широта перигея орбиты КА оказывается «условно инвариантной». Соответственно, в течение времени проведения миссии не требуются коррекции орбит этого класса. Из него выделен подкласс орбит, обеспечивающий медленное возрастание минимальной высоты орбиты, что обеспечивает продолжительное время существования КА на орбите вне зависимости от влияния атмосферного торможения при аномальных изменениях параметров атмосферы.

«Окна» спуска КА в заданный район посадки для орбит рассматриваемого класса определяются условиями по долготе точки входа в атмосферу. Эти условия могут быть обеспечены маневрами, выполняемыми в перицентре и апоцентре орбиты. Коррекции для поддержания рабочей орбиты не требуются.

**О ПОТЕРЕ СПУТНИКОВ ПЛАНЕТЫ ПРИ УВЕЛИЧЕНИИ
ЭКСЦЕНТРИСИТЕТА ЕЕ ОРБИТЫ**

А.Е. Розаев
(ОАО РПЦ Недра, Ярославль)
hegem@mail.ru

Известно, что вероятность захвата на спутниковую орбиту уменьшается с ростом эксцентриситета планеты. Это означает, что с ростом эксцентриситета устойчивость орбит спутников уменьшается, и они могут быть потеряны планетой. Увеличение эксцентриситета планеты может иметь место при ее попадании в зону резонансного взаимодействия с другими телами системы. Большинство внесолнечных планет имеет высокий эксцентриситет. При этом представляет интерес рассмотреть, как меняется устойчивость спутников в зависимости от отношения их масс к массе планеты. Это и является предметом настоящего исследования. Рассматривается плоская задача трех тел. На основе оценок энергии показано, что бинарные системы с близким значением масс компонент менее устойчивы к увеличению эксцентриситета, чем спутники планет с малыми массами. Различие между предельными случаями в плоской задаче достигает 25%.

Обсуждаются применения результатов к различным естественным небесно-механическим системам и к проблемам динамики космического полета.

**СБЛИЖЕНИЕ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ С КАТАЛОГИЗИРОВАННЫМИ
КОСМИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ В ПРОЦЕССЕ ВЫВЕДЕНИЯ
НА СОЛНЕЧНО-СИНХРОННУЮ ОРБИТУ**

А.В. Голубек
(ГП «КБ «Южное» им. М.К. Янгеля», Украина, Днепропетровск)
info@yuzhnoye.com

Инцидент, произошедший со спутником «Блиц», подтвердил необходимость учёта взаимных сближений летательного аппарата с околоземными космическими объектами искусственного происхождения в процессе выполнения миссии. Как известно, наибольшую проблему космический мусор представляет для пилотируемых полётов и полётов КА, что подтверждается постоянным маневрированием Международной космической станции и зарегистрированными столкновениями. В то же время, необходимо отметить и опасность космического мусора для полёта ракет-носителей.

В процессе выведения полезной нагрузки ракета пролетает через область низких околоземных орбит с максимальной концентрацией космических объектов, где может произойти столкновение, приводящее к срыву миссии. По экспертным оценкам вероятность столкновения ракеты-носителя с космическим объектом на этапе запуска на несколько порядков меньше вероятности для КА, находящегося на орбите, составляющей приблизительно два столкновения за четыре года. В то же время, численных оценок возможности столкновения ракеты с околоземными космическими объектами в доступных источниках найдено не было.

Доклад посвящён исследованию совместного движения ракеты-носителя, выводящей полезную нагрузку на солнечно-синхронную орбиту, с каталогизированными космическими объектами, приведенными в каталоге NORAD. Создана математическая модель движения ракеты и группировки космических объектов, проведен анализ минимального относительного расстояния, относительных скоростей и углов встречи опасных сближений (относительное расстояние менее 5 км), получены оценки вероятности столкновения в запуске.

Результаты проведенного исследования подтвердили возможность сближения ракеты-носителя с каталогизированными космическими объектами в запуске на расстояние менее 500 м (МКС в таких условиях выполняет манёвр увода от опасного объекта), что говорит о необходимости разработки мер по повышению безопасности полёта ракет.
