

## ПЛАНКОВСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

К. А. Томилин

Планковские величины – это фундаментальные физические масштабы длины, времени, массы, температуры и т. д., определяемые как единицы планковской системы единиц  $(c, G, \hbar, k)$ , основанной на выборе четырех фундаментальных физических постоянных – скорости света  $c$ , гравитационной постоянной  $G$ , постоянной Планка  $\hbar$ , постоянной Больцмана  $k$ , в качестве единиц измерения физических величин. В системе

Планка единица длины –  $\ell_{pl} = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}} = 1,61605 \cdot 10^{-33}$  см (планковская длина), единица

времени  $t_{pl} = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^5}} = 5,39056 \cdot 10^{-44}$  с, единица массы –  $m_{pl} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 2,17671 \cdot 10^{-5}$  с

(планковская масса), единица температуры  $T_{pl} = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} = 1,41696 \cdot 10^{32}$  К, единица

энергии –  $E_{pl} = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} = 1,221047 \cdot 10^{19}$  ГэВ. В физике высоких энергий планковская масса

часто измеряется прямо в энергетических единицах:  $m_{pl} = 1,221047 \cdot 10^{19}$  ГэВ/с<sup>2</sup>.

Планковские величины были первоначально введены в основополагающих докладах и статьях М. Планка 1899–1900 гг., посвященных обоснованию закона теплового излучения на основе второго начала термодинамики. Вне связи с основной темой доклада 18 мая 1899 г. Планк в заключительном параграфе предложил систему "естественных единиц измерения", основанную на четырех универсальных постоянных Природы – скорости света, гравитационной постоянной и двух новых введенных им постоянных – коэффициентов в законах для энтропии осциллятора и энергии теплового излучения [1], [2]. Эта планковская идея являлась последовательным развитием идеи Дж. К. Максвелла "универсальной системы единиц", основанной на скорости света и гравитационной постоянной, которая была им предложена в предварительной главе

«Трактата по электричеству и магнетизму» (1873 г.).

**Естественные системы единиц.** Системы единиц, основанные на физических постоянных, предлагались и применялись задолго до М. Планка. В небесной механике изначально применялась система единиц, в которой коэффициент в законе всемирного тяготения выбирался равным 1 (основным расчетным законом небесной механики является кинематический модифицированный закон Кеплера, учитывающий безразмерные отношения масс небесных тел). Гравитационная постоянная как элемент закона всемирного тяготения появилась впервые, по-видимому, только в «Трактате по механике» С. Д. Пуассона (1811 г.), через несколько лет после опыта Г. Кавендиша по определению средней плотности Земли. В 1830-е гг. К. Ф. Гаусс предложил идею "абсолютных единиц", согласно которой единицы всех физических величин сводятся к механическим единицам посредством выбора коэффициентов в законах, в которых проявляются механические действия магнитных, электрических, гравитационных и др. физических явлений, равными 1. С точки зрения современной физики это означало выбор размерных констант, характеризующих "силы" взаимодействий, равными 1. В 1870 и 1873 гг. Дж. К. Максвелл предложил две "универсальные системы единиц", основанные на "универсальных эталонах":  $(\lambda_{Na}, c, G)$  и  $(\lambda_{Na}, c, m_o)$ , где  $\lambda_{Na}$  – "длина волны света в вакууме определенного вида, испускаемого каким-либо широко распространенным веществом (например, натрием), имеющим в своем спектре четко отождествляемые линии",  $m_o$  – "масса одной молекулы стандартного вещества". Эти две системы единиц фактически стали прообразом современных гравитационных и атомных систем единиц.

Первая естественная система единиц, основанная только на физических постоянных, была предложена в 1874 г. в докладе на заседании Британской ассоциации по развитию науки известным ирландским физиком Дж. Стони (опубл. в 1881 г.). Система Стони соответствует современной  $cGe$ -системе, где  $c$  – скорость света,  $G$  – гравитационная постоянная,  $e$  – элементарный электрический заряд (у Стони – количество электричества, связанное с разложением одной молекулы в процессе электролиза) [3]. Также Стони использовал электромагнитную систему единиц Ома (т. е. он выбирал  $k_m=1$ , где  $k_m$  — коэффициент в законе для т. н. "магнитных масс"). Квантование заряда прямо следовало из законов электролиза и атомного строения материи; идея "молекулы электричества", как "наиболее естественной единицы заряда", была впервые выдвинута Дж. К. Максвеллом в том же «Трактате» в главе, посвященной

электролизу [4, т.1, с.308]. Очевидно, что Дж. Стони прямо развивал две максвелловские идеи –  $cG$ -системы и кванта электричества как наиболее естественной меры заряда. Можно также предположить, учитывая область научных интересов Стони и совместную работу Стони и Максвелла в одной комиссии по выбору мер, что вторая идея пришла Максвеллу, на самом деле, от Стони, а не наоборот. В докладе Дж. Стони оценил из закона электролиза Фарадея минимальную величину электрического заряда  $e=10^{-20}$  эл. магн. ед. (соответствует  $10^{-20}$  Кулон). Это была первая в истории оценка значения элементарного электрического заряда  $e$  (современное значение  $e=1,6021892 \cdot 10^{-19}$  Кл; ошибка в 16 раз была связана с неточностью постоянной Лошмидта). Позже, в 1893 г. Дж. Стони предложил для кванта заряда название "электрон", которое в начале XX в. перешло на название открытой в 1897 г. частицы, переносящей элементарный электрический заряд.

Дж. Стони рассчитал единицы длины, времени и массы своей системы:  
 $L_1 = 10^{-37}$  м,  $T_1 = \frac{1}{3} \cdot 10^{-45}$  с,  $M_1 = 10^{-7}$  г. Современные расчеты дают следующие значения: единица длины  $\ell_{st} = \frac{e}{c^2} \sqrt{Gk_e} = 1,38050 \cdot 10^{-34}$  см =  $1,38050 \cdot 10^{-36}$  м, единица времени  $t_{st} = \frac{e}{c^3} \sqrt{Gk_e} = 4,60486 \cdot 10^{-45}$  с, единица массы  $m_{st} = e \sqrt{\frac{k_e}{G}} = 1,85945 \cdot 10^{-6}$  г, где  $k_e$  — коэффициент в законе Кулона,  $k_e = k_m c^2$  (отличие вычисленных Стони единиц от современных связано с заниженной в 16 раз оценкой элементарного заряда).

Вычисленные выше численные значения единиц системы Стони не следует абсолютизировать – в реальности, как известно, константы связи изменяются при высоких энергиях. Легко заметить, что единицы Стони равны современным планковским величинам, умноженным на корень из постоянной тонкой структуры  $\sqrt{\alpha}$ . Поскольку постоянная тонкой структуры на самом деле зависит от энергии  $\alpha = \alpha(Q)$  (она медленно возрастает со значения  $\alpha = 1/137,0359895$  при малых импульсах; при  $Q = 100$  ГэВ  $\alpha \approx 1/129$ , а вблизи планковской энергии  $\alpha$ , как считается, приближается к значению  $1/40$ ), то вышеприведенные значения масштаба Стони, на самом деле, нужно откорректировать с учетом изменения  $\alpha$ . Таким образом, планковский масштаб оказывается в этом отношении более фундаментальным, чем масштаб Стони.

Поскольку система Стони основана на выборе размерных констант связи гравитационного и электромагнитного взаимодействия равными 1, то, очевидно, масштаб Стони должен определять масштаб объединения гравитации и электромагнетизма, если

бы удалось построить корректную теорию такого рода. Поэтому неслучайно Г. Вейль обсуждал "гравитационную единицу заряда  $r_{eg} = \frac{e\sqrt{G}}{c^2}$ " (т. е. длину Стони) в своих работах по единой теории в 1918–19 гг., но в реальности он не смог последовательно ввести этот масштаб в свою теорию из-за очень маленького значения  $r_{eg}$ . Позже были открыты другие взаимодействия, и до сих пор современная физика представляет собой неинтегрированную совокупность нескольких теорий, в том числе квантовой электродинамики (КЭД) и общей теории относительности (ОТО). Тем не менее, как оказалось, само существование одних физических теорий накладывает ограничения на области применимости других теорий, и наоборот. Так, КЭД и ОТО взаимно ограничивают области применимости друг друга и ограничивающим масштабом является именно масштаб Стони. Так в 1954 г. Л. Д. Ландау, А. А. Абрикосов и И. М. Халатников показали, что КЭД становится неприменимой из-за гравитации при энергиях  $p^2 \sim \frac{e^2}{G}$ ,  $p \sim 2 \cdot 10^{-6} \text{ г} \sim 10^{27} \text{ эВ}$  (т. е. при масштабе Стони) [5].

В XX в. предлагались и другие естественные системы единиц – Д. Хартри, А. Руарком, У.Штилле и др. (см. наиболее полный обзор по истории естественных систем единиц [6]). Систему, аналогичную системе Стони, предложил в 1956 г. Б. Людовичи – с некоторой модификацией электромагнитных единиц (рационализацией электромагнитных единиц и выбором дополнительной магнитной единицы) [7]. Единицы длины, времени и массы в системе Людовичи в  $\sqrt{4\pi}$  раз больше единиц Стони.

**"Естественные единицы измерения" М. Планка 1899 г. (*a, b, c, f*).** В феврале 1897 – мае 1899 г. М. Планк прочитал в Прусской Академии наук в Берлине пять докладов о необратимых процессах излучения. В последнем пятом докладе 18 мая 1899 г. (представлен в печать 1 июня 1899 г.) он использовал введенный им логарифмический закон энтропии осциллятора для объяснения закона излучения Вина. Количественный анализ потребовал введения в закон энтропии двух новых размерных физических постоянных *a* и *b*. Планк сразу охарактеризовал эти постоянные как "универсальные" ("universal") в связи с универсальностью, как он полагал, законов энтропии и излучения. Планк вывел из закона энтропии закон излучения Вина, а из последнего – законы Стефана-Больцмана и закон смещения Вина. Поскольку в этих двух законах уже были определены экспериментально две соответствующие постоянные, то Планк смог

выразить через них и численно рассчитать значения двух новых, введенных им "универсальных постоянных":  $a=0,4818 \cdot 10^{-10}$  с·град и  $b=6,885 \cdot 10^{-27}$  эрг·с.

В заключительном параграфе "Естественные единицы измерения" Планк предложил естественную систему единиц, основанную на четырех "универсальных константах"  $a, b, c, f$  ( $c$  – скорость света,  $f$  — гравитационная постоянная  $G$ ) [1, S.600]. Также Планк вычислил сами значения единиц длины, времени, массы и температуры:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{bf}{c^3}} &= 4,13 \cdot 10^{-33} \text{ см} & \sqrt{\frac{bf}{c^5}} &= 1,38 \cdot 10^{-43} \text{ с} \\ \sqrt{\frac{bc}{f}} &= 5,56 \cdot 10^{-5} \text{ с} & a\sqrt{\frac{c^5}{bf}} &= 3,50 \cdot 10^{32} \text{ }^\circ\text{C} \end{aligned}$$

В своем докладе Планк формально не предложил тот или иной способ выбора электромагнитных единиц, но в других работах он применял гауссову систему единиц, т. е. выбирал постоянную в законе Кулона равной 1.

Планк отметил, что "эти единицы сохраняют свое естественное значение до тех пор, пока справедливы законы тяготения, оба начала термодинамики и пока остается неизменной скорость распространения света в вакууме. Поэтому, измеренными самыми разными интеллектами посредством самых разных методов, они будут иметь всегда одно и то же значение".

Вскоре М. Планк опубликовал подробное изложение своих исследований по теории теплового излучения в "Annalen der Physik" [2] (русский перевод: [8, с.191-233] (статья представлена в печать 7 ноября 1899 г.). Текст статьи был написан на основе пятого доклада 18 мая 1899 г. и целиком включал тот же заключительный параграф о естественных единицах измерения из статьи [1].

**"Естественные единицы измерения" М. Планка 1906 г. ( $c, h, f, k$ ).** В 1900 г. появились экспериментальные данные, свидетельствующие об отклонении закона излучения черного тела от закона Вина (или «закона Вина-Планка», как называли его О. Луммер и Э. Прингсгейм) в области больших температур и длин волн. В результате О. Луммером и Э. Прингсгеймом, О. Луммером и Э. Янке были предложены другие формулы закона теплового излучения, отличные от закона Вина. Еще до публикации данных об отклонении от закона Вина свой закон также предложил М. Тизен. Первоначально М. Планк игнорировал эти эксперименты и новые теоретические

формулы, но в октябре 1900 г. после беседы с Ф. Курльбаумом и Г. Рубенсом за несколько дней до их доклада на заседании Немецкого физического общества 19 октября, Планк понял необходимость модификации закона Вина и предложил "новый закон" (закон излучения Планка, по современной терминологии) в короткой записке к дискуссии по докладу Курльбаума-Рубенса. Это свое короткое сообщение «Об одном улучшении закона излучения Вина» М. Планк сделал на том же заседании Немецкого физического общества сразу после доклада Ф. Курльбаума. Сам «новый закон» излучения Планк представил в общем виде с коэффициентами пропорциональности  $c$  и  $C$  без их

численного расчета: 
$$E = \frac{C\lambda^{-5}}{e^{c/\lambda T} - 1}$$

В конце сообщения Планк предложил экспериментаторам проверить правильность этого закона. Уже на следующий день Г. Рубенс, а через некоторое время О. Луммер и Э. Прингсгейм, подтвердили соответствие закона Планка экспериментальным данным. 14 декабря 1900 г. М. Планк представил новый доклад в Немецком физическом обществе, в котором обосновал свой

закон теплового излучения в форме для частоты: 
$$u_\nu d\nu = \frac{8\pi\nu^3}{c^3} \frac{d\nu}{e^{h\nu/k\vartheta} - 1}$$
, и отметил его

соответствие формуле для длины волны, опубликованной им ранее: 
$$E_\lambda d\lambda = \frac{c_1\lambda^{-5}}{e^{c_2/\lambda\vartheta} - 1} d\lambda$$

В этом докладе впервые появились постоянные  $h$  и  $k$ . Они вводились М. Планком с самого начала в связи с постулатами (квантование энергии осцилляторов и пропорциональность энтропии логарифму от вероятности) как «постоянные Природы» (Naturconstant) уже с рассчитанными конкретными численными значениями:  $h=6,55 \cdot 10^{-27}$  эрг·с,  $k=1,346 \cdot 10^{-16}$  эрг/град. Методику расчета постоянных  $h$  и  $k$  на основе выражения их через эмпирические постоянные в законах смещения Вина и Стефана-Больцмана Планк представил в последующих публикациях. Постоянная  $h$  позже получила название постоянной Планка, а  $k$  – постоянной Больцмана, хотя сам Больцман ее формально не вводил (он измерял температуру в энергетических единицах, что по сути соответствует выбору  $k=1$ ). Их современные значения:  $h=6,6260755 \cdot 10^{-27}$  эрг·с и  $k=1,380658(12) \cdot 10^{-16}$  эрг/К. Развитие теории теплового излучения М. Планком в 1899-1901 гг. представлено на схеме (см. Приложение).

К идее естественной системы единиц М. Планк вернулся спустя несколько лет в книге «Теория теплового излучения» (1906 г.), посвятив ей специально один из параграфов. Эта книга выдержала несколько переизданий (1906, 1913 (2 изд.), 1921 (4 изд.), 1923 (5 изд.) и т. д.) и в первых трех изданиях Планк сохранял этот параграф

(текст параграфа в книге идентичен соответствующему параграфу в статьях [1, 2] за исключением формул и численных значений физических постоянных) [9]. С четвертого издания М. Планк исключил этот параграф (он, очевидно, выпадал из структуры книги), но сохранил упоминание своей системы в предисловии к 4-му изданию, которое публиковалось и в последующих переизданиях. Еще один раз М. Планк упомянул свою систему единиц в докладе "Единство физической картины мира" (Лейден, 1908) [10]. Планк подчеркнул, что достоинство его системы в том, что она опирается на константы, описывающие универсальные явления — тяготения и теплового излучения. Таким образом, в течение 1899–1923 гг. М. Планк по крайней мере восемь раз опубликовал свою идею естественной системы единиц, причем пять раз с численным расчетом единиц длины, времени, массы и температуры.

В первых изданиях «Теории теплового излучения» Планк получил даже еще более заниженные по сравнению с данными конца 1900 г. значения универсальных постоянных («universellen Konstanten»):  $h=6,415 \cdot 10^{-27}$  эрг·с,  $k=1,34 \cdot 10^{-16}$  эрг/град [8, S.166]. Представленные им единицы естественной системы имели следующие значения:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{fh}{c^3}} &= 3,99 \cdot 10^{-33} \text{ см} & \sqrt{\frac{fh}{c^5}} &= 1,33 \cdot 10^{-43} \text{ с} \\ \sqrt{\frac{ch}{f}} &= 5,37 \cdot 10^{-5} \text{ г} & \frac{1}{k} \sqrt{\frac{c^5 h}{f}} &= 3,60 \cdot 10^{32} \text{ град} \end{aligned}$$

Для сравнения приведем современные значения:

$$\begin{aligned} \ell_{ni} &= \sqrt{\frac{Gh}{c^3}} = 4,0508 \cdot 10^{-33} \text{ см} & t_{ni} &= \sqrt{\frac{Gh}{c^5}} = 1,3512 \cdot 10^{-43} \text{ с} \\ m_{ni} &= \sqrt{\frac{hc}{G}} = 5,4562 \cdot 10^{-5} \text{ г} & T_{ni} &= \frac{1}{k} \sqrt{\frac{hc^5}{G}} = 3,5518 \cdot 10^{32} \text{ °К} \end{aligned}$$

Таким образом, рассчитанные Планком постоянные  $h$  и  $k$  были меньше современного значения на 3%, а единицы естественной системы отличались от современных на 1,5%. Ныне под планковскими величинами подразумеваются единицы  $cG\hbar k$ -системы, отличающиеся от планковских величин 1906 и 1913 гг. в  $\sqrt{2\pi}$  раз в связи с заменой  $h$  на  $\hbar=h/2\pi$ .

Важным моментом в понимании эволюции физики является выяснение соотношения между постоянными  $h$  и  $b$ , постоянными  $a$  и  $h/k$  и, соответственно, между

единицами планковских систем  $(a, b, c, f)$  и  $(c, f, h, k)$ . На первый взгляд кажется очевидной эквивалентность постоянных  $h$  и  $b$ , а также  $a$  и  $h/k$  и, следовательно, эквивалентность планковских систем 1899 и 1906 гг. В самом деле, постоянные  $h$  и  $k$  – постоянные в законе излучения Планка  $E_\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{ch/k\lambda\vartheta} - 1}$ , который в пределе для малых длин волн и температур переходит в закон Вина  $E_\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5} e^{-ch/k\lambda\vartheta}$ . В работах [1, 2] закон Вина записывался Планком в форме  $E_\lambda = \frac{2bc^2}{\lambda^5} e^{-ac/\lambda\vartheta}$ . Из сопоставления этих законов ясно, что с современной физической точки зрения  $h=b, k=b/a$ .

Однако, на самом деле, как было отмечено впервые немецким историком физики Г. Кангро,  $h \neq b, k \neq b/a$  [11, S.145–147]. Дело в том, что постоянные  $a$  и  $b$  рассчитывались Планком исходя из представления о законе Вина как универсальном законе излучения, а постоянные  $h$  и  $k$  исходя из универсальности другого закона излучения – Планка. В результате, выражения постоянных  $b$  и  $h$  через эмпирические постоянные в законах Стефана-Больцмана  $\sigma$  и законе смещения Вина  $b_1$  содержали *разные коэффициенты пропорциональности*. Это же касается и постоянных  $b/a$  и  $k$ . Нетрудно выразить в обоих случаях расчетные формулы для  $b$  и  $h$ :  $b = \frac{\sigma}{12\pi c^2} b_1^4 5^4$  и  $h = \frac{\sigma}{12\pi c^2 \varepsilon} b_1^4 \beta^4$ , где  $\varepsilon = \frac{\pi^4}{90} = 1,0823$ ,  $\beta$  – корень трансцендентного уравнения  $e^{-x} + x/5 - 1 = 0$ ,  $\beta = 4,9651$ .

Следовательно, соотношение между постоянными  $h$  и  $b$ :  $b = \varepsilon(5/\beta)^4 h = 1,113h$ . Аналогично, получаются и следующие соотношения:  $a = (5/\beta)h/k = 1,007 h/k$ ,  $b/a = \varepsilon(5/\beta)^3 k = 1,105k$ . Таким образом, постоянные  $b$  и  $h$  даже теоретически различаются на 11,3%, постоянные  $a$  и  $k/h$  – на 0,7%, постоянные  $b/a$  и  $k$  на 10,5%.

Различия в этих постоянных приводят и к соответствующим теоретическим различиям в единицах планковских систем единиц: единицы длины, времени и массы в первоначальной планковской  $abcf$ -системы больше соответствующих единиц  $chfk$ -системы (т. е.  $cGhk$ -системы) в  $\frac{5^2}{\beta^2} \sqrt{\varepsilon} = \frac{(5\pi)^2}{3\beta^2 \sqrt{10}} = 1,055$  раз, а единица температуры в

$$\frac{5\pi^2}{3\beta\sqrt{10}} = 1,048 \text{ раз меньше.}$$

Кроме этого при расчетах своих постоянных  $h$  и  $k$  в октябре-декабре 1900 г.

М. Планк использовал другие численные значения эмпирических постоянных  $\sigma$  и  $b_1$  в законе смещения Вина и законе Стефана-Больцмана, чем при расчетах постоянных  $a$  и  $b$  в 1899 г. Это приводило к дополнительному отличию численных значений постоянных  $b$  и  $h$ ,  $a$  и  $h/k$ . Различие в экспериментальных данных приводило к увеличению значения постоянной Планка  $h$  в  $\frac{\sigma'(b_1')^4}{\sigma(b_1)^4} = \frac{0,0731}{4,19 \cdot 0,01763} \left( \frac{0,2940}{0,2891} \right)^4 = 1,058$  раз. Таким образом, реальное 5% различие значений постоянных Планка  $b=6,885 \cdot 10^{-27}$  эрг·с (май 1899 г.) и  $h=6,55 \cdot 10^{-27}$  эрг·с (декабрь 1900 г.) связано, во-первых, с различными законами излучения (уменьшение на 11%), и, во-вторых, с различными экспериментальными значениями постоянных  $\sigma$  и  $b_1$  (увеличение на 6%).

В историко-научной литературе постоянные  $b$  и  $h$  обычно просто отождествляются (например, это делает М. Джеммер в фундаментальном исследовании «Эволюция понятий квантовой механики»). Удивительно то, что первым начал отождествлять эти постоянные не кто иной, как сам М. Планк. В октябре 1901 г. М. Планк публикует в «Annalen der Physik» «Дополнение» к статье 1900 г. «О необратимых процессах излучения» [2] в связи с изменением закона излучения. Он приводит новый закон излучения и соответствующий новый закон для энтропии. Затем он показывает, что при предельном переходе этот новый закон для энтропии переходит в закон для энтропии, соответствующий закону излучения Вина, отсюда «путем сравнения обоих последних выражений для  $S$  получается  $h=b$  и  $k=b/a$ » [8, с.274]. Следовательно, делает вывод Планк, поскольку  $b=6,885 \cdot 10^{-27}$  эрг·с, то  $h=6,885 \cdot 10^{-27}$  эрг·с. Но, отмечает Планк, рассчитанные им значение  $h=6,55 \cdot 10^{-27}$  эрг·с. Планк видит объяснение различия между численными значениями этих постоянных только в различиях в экспериментальных данных: «Расхождение между числами, – считает Планк, – соответствует разбросу между измерениями различных наблюдателей и приблизительно отображает имеющуюся еще к настоящему времени неопределенность» [там же]. Этот вывод Планка представляется парадоксальным, учитывая что вся квантовая революция в 1899-1901 гг. происходила, главным образом, благодаря его же собственным усилиям. По сути этот вывод Планка означает модернизацию им прошлого на основе логической конструкции новой физической картины мира, основанной на универсальности нового закона излучения. В этом, очевидно, проявился физикализм мышления М. Планка, оказавший доминирующее воздействие на интерпретацию им эволюции физики.

**Роль планковских величин в физике.** Планковские величины (длина, время, масса, энергия, температура и т. д.) не представляют (по крайней мере до сих пор) существенного значения для метрологии, но, как оказалось, имеют исключительную важность для теоретической физики как *границы применимости современных физических теорий*. История планковских величин, особенно в связи с ролью М. П. Бронштейна, подробно проанализирована Г. Е. Гореликом [12, 13].

Еще в 1916 и 1918 гг. А. Эйнштейн отмечал, что квантовая теория должна модифицировать общую теорию относительности [14, 15], что, очевидно, неявно подразумевало создание  $cGh$ -теории. В 1918 г. А. Эддингтон в "Докладе о релятивистской теории гравитации" охарактеризовал три физические постоянные  $c$ ,  $h$  и  $G$  как "фундаментальные константы природы" ("fundamental constants of nature") и предположил, что они определяют "фундаментальную единицу длины" ("fundamental unit of length") —  $4 \cdot 10^{-33}$  см, которая "должна быть ключом к некоторой существенной структуре" [16, p.91]. В 1927 г. в совместной статье Г. Гамова, Д. Д. Иваненко и Л. Д. Ландау «Мировые постоянные и предельный переход» авторы представили концепцию эволюции физики в сторону единой теории, в которой постоянные  $c$ ,  $G$ ,  $h$  должны играть фундаментальную роль [17]. В 1936 г. роль  $h^{1/2}c^{1/2}/G^{1/2}$  (т. е. планковской массы) как предела измеримости величин в релятивистской квантовой теории была установлена М. П. Бронштейном [18, S.149] (основная часть статьи репринтно воспроизведена в [19, p.175–182]).

В дальнейшем планковские величины надолго выпали из поля зрения теоретиков. Лишь в 1950-е гг. планковские величины были вновь независимо переоткрыты рядом ученых в связи с развитием квантовой гравитации и выяснением их роли как границ применимости общей теории относительности и релятивистской квантовой теории. Впервые это было выяснено М. П. Бронштейном (1936), затем — в 1950-е гг. О. Клейном (1954–55), Дж. А. Уилером (1955), Е. Вигнером (1957) и др.

В 1950-е–60-е гг. различные ученые, работавшие как в релятивистской теории гравитации, так и в квантовой теории поля, не зная об идеях естественных единиц Дж. Стони и М. Планка, осознали важность планковских масштабов и масштаба Стони как границ применимости этих теорий. Выше уже указывалось, что в 1954 г. Л. Д. Ландау, А. А. Абрикосовым и И. М. Халатниковым была выяснена роль масштаба энергии  $10^{27}$  эВ (т. е. масштаба Стони, который меньше планковского масштаба энергии в  $\sqrt{\alpha}$  раз), как гравитационной границы применимости КЭД. В 1954 г. О. Клейн доказал,

что планковская длина является гравитационным пределом применимости релятивистской квантовой теории [20, 21]. В 1955 г. Дж. А. Уилер в статье "Геоны" доказал, что длина  $\sqrt{G\hbar/c^3}$  является квантовым пределом общей теории относительности [22] (это – планковская длина; в этот период Уилер, как и многие другие физики, еще не знал, что этот масштаб уже был введен ранее Планком [23]). В 1957 г. Е. Вигнер показал, что планковский масштаб определяет квантовый предел измеримости в ОТО. В 1950-е гг. ряд авторов предлагали различные варианты планковской системы единиц, не зная об оригинальной работе М. Планка. Роль Планка в установлении этих фундаментальных масштабов была восстановлена в 1957–58 гг. и нашла отражение в терминологии (термин "планковские величины" — "Planck values").

Отметим следующие важные идеи, связанные с планковскими величинами. В 1965 г. М. А. Марков предположил, что масса  $m_o = \sqrt{\hbar c/G} = 2 \cdot 10^{-5}$  г (т. е. планковская масса) является верхним пределом для масс элементарных частиц [24]. В 1966 г. А. Д. Сахаров установил, что существует максимально возможная температура теплового излучения  $T_o = k^{-1} c^{5/2} \hbar^{1/2} G^{-1/2} = 1,42 \cdot 10^{32}$  град (т. е. планковская температура) [25]. В 1967 г. А. Д. Сахаров выдвинул теорию индуцированной гравитации, в которой механизм объяснения гравитации был связан с вакуумными квантовыми флуктуациями [26]. Сахаров использовал "гравитационную систему единиц" (планковскую) и установил, что значения  $10^{28}$  эВ и, соответственно,  $10^{33}$  см<sup>-1</sup> "определяют область применимости существующих понятий пространства и причинности" [Там же, с.158]. В 1971 г. С. Хокинг доказал, что планковская масса является нижним пределом масс черных дыр. В 1982 г. М.А. Марков предположил, что планковская плотность является предельной плотностью материи и модифицировал с учетом этого закон тяготения Эйнштейна [27].

Ныне планковские величины обычно рассматриваются как фундаментальный масштаб, при котором перестает быть применимо понятие непрерывного пространства-времени, а гравитация становится сильной и объединяется с тремя другими взаимодействиями.

**Куб физических теорий.** В 1964 г. известный советский космолог А. Л. Зельманов предложил геометрическую модель взаимоотношения основных физических теорий [28, 29, 30]. Модель Зельманова является пространственным обобщением плоскостной модели предложенной в 1932 г. М. П. Бронштейном [31]. Трехмерная модель Зельманова

получила название "куб теорий" Зельманова.

Вершины в "кубе физических теорий" составляют "основные физические теории, т.е. теории, содержанием которых являются основные законы и представления теоретической физики" (Зельманов) – ньютонова механика (НМ), ньютонова теория тяготения (НТТ), специальная теория относительности (СТО), квантовая механика (КМ), общая теория относительности (ОТО), релятивистская квантовая теория (РКТ), а также две гипотетические теории – квантовая теории гравитации и "единая физическая теория" (ЕФТ). Эту единая физическая теория, по словам Зельманова, "должна была бы явиться либо синтезом ОТО и РКТ, либо заменой такого синтеза, показывающей его принципиальную невозможность" [25, с.322].

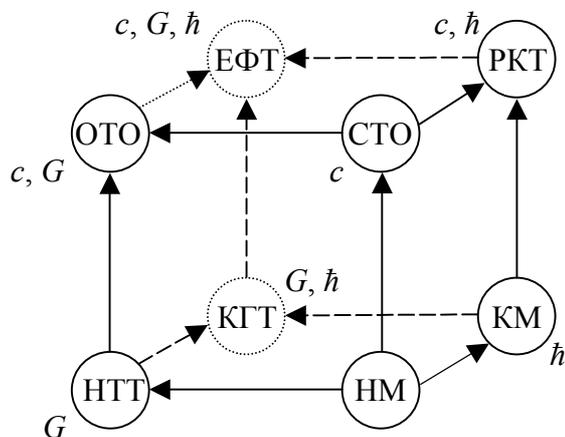


Рис. "Куб физических теорий" в современном представлении

Сам Зельманов выделил семь "основных физических теорий", добавив к схеме М. П. Бронштейна ньютоновскую теорию тяготения, как  $G$ -теорию. Восьмая вершина куба была введена позже последователями идей Зельманова для полноты этой модели и характеризует некую гипотетическую теорию, нерелятивистскую квантовую теорию тяготения. А. Л. Зельманов обосновывал причину ее отсутствия принципиальной невозможностью ее построения. Сейчас, напротив, построение этой теории считается теоретически возможным. Например, Л. Б. Окунь отмечал, что такого рода теория должна описывать взаимодействие гипотетических частиц с массой  $10^{-2}-10^{-1} m_{nl}$ , приводящее к образованию атомоподобных структур [32, с.190].

В работах Г. Е. Горелика [33, 34, 35] (по-видимому, он был первым, кто опубликовал "восьмивершинную" модель), Л. Б. Окуня [29], а также в книге В. Г. Агакова

и А. Л. Зельманова (1989) [36] анализируется восьмивершинный куб, который ныне и называется "кубом физических теорий Зельманова" или сокращенно "кубом Зельманова".

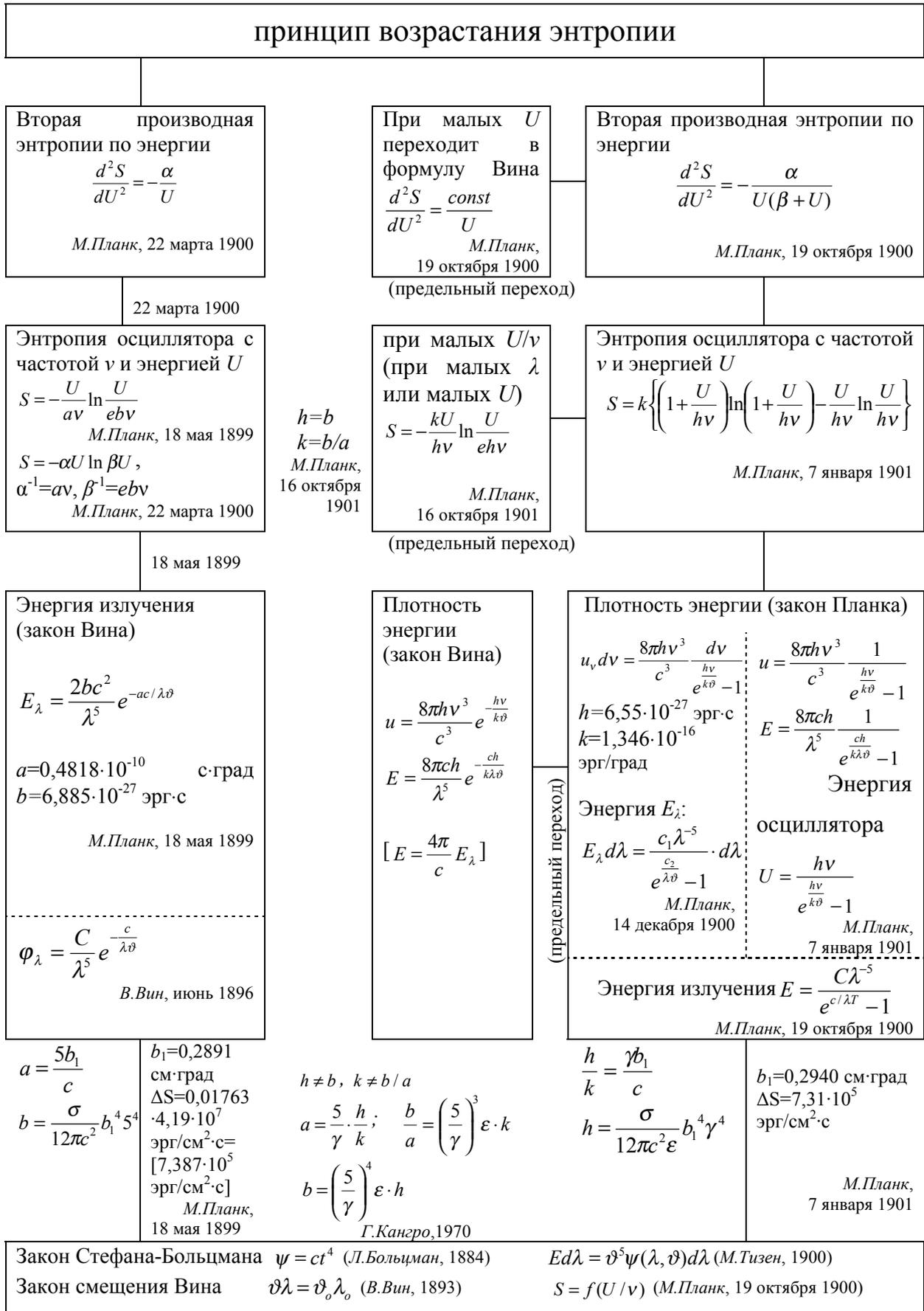
Достоинство модели "куб теорий" – в наглядном (платоновом теле!) воплощении концепции геометризации физики на основе взаимоотношения основных физических теорий XX в. "Куб Зельманова" рассматривается как куб фундаментальных кинематических теорий (В. П. Визгин). Однако эта модель исключает из рассмотрения негравитационные взаимодействия. "Схема с тремя константами не раскрывает всех типов взаимодействия, известных уже в настоящее время, – подчеркивал А. Л. Зельманов. – Очевидно, что из всех видов взаимодействия наша схема выделяет тяготение.<...> Выделение гравитационного взаимодействия коренится в его универсальном характере и в указанном резком отличии от всех других видов взаимодействия" [24, с.241]. В 1991 г. Л. Б. Окунь охарактеризовал "куб теорий" как "консенсусную" модель развития физики. Об этом он говорил в мае 1991 г. на Первой Сахаровской конференции (см.: статью "Фундаментальные константы физики" [33]). Кроме "куба теорий" предлагались и другие, менее наглядные, модели (см.: [37]).

"Куб теорий" отражает представление об эволюции физики в направлении объединения различных теорий и создания, в конце концов, единой *cGh*-теории. В этой теории, очевидно, фундаментальную роль должны играть именно планковские масштабы.

**Заключение.** История планковских величин начинается с доклада Планка 18 мая 1899 г. – именно тогда Планком была высказана идея о системе естественных единиц, основанной на скорости света и постоянных в законе тяготения и теплового излучения. С формально-исторической точки зрения только в 1906 г. в «Теории теплового излучения» появились планковские величины, соответствующие величинам современной *cGhk*-системы, единицы же первоначально предложенной Планком *abcf*-системы формально отличаются от единиц *cGhk*-системы на вышеуказанные безразмерные множители из-за различия законов излучения Вина и Планка. В вопросе о соотношении между постоянными, введенными Планком в 1899 и 1900 гг., ярко проявляется различие физической и историко-физической точек зрения – с физической точки зрения законы Планка и Вина связывает предельный переход и, следовательно,  $h=b$ ,  $a=h/k$ , а с историко-физической точки зрения теории Планка 1899 и 1900 гг. основывались на различных законах излучения, что приводило и к теоретическому отличию соответствующих постоянных  $b = \varepsilon(5/\beta)^4 h$ ,  $a = (5/\beta)h/k$ ,  $b/a = \varepsilon(5/\beta)^3 k$ .

Сама идея "естественной системы единиц" отражала понимание направления эволюции метрологии ведущими учеными XX в. Ныне на рубеже XX-XXI вв. она реализуется в революции в метрологии, переходящей в квантовую метрологию, хотя и не в точности на основе планковской системы. Хотя планковская система не приобрела метрологическую значимость, ее роль оказалась исключительно высокой – планковские единицы (планковские величины) определяют границы применимости современных физических теорий и, следовательно, должны играть существенную роль при их объединении.

**Приложение. Схема развития теории теплового излучения М.Планком в 1899–1901 гг.**



*Примечание.* М. Планк не вводил обозначений для постоянных Вина  $b_1 = \lambda_m T$ , Стефана-Больцмана  $\sigma = \Delta S / (T_2^4 - T_1^4)$  и трансцендентной постоянной  $\gamma = 4,9651$ . Постоянную  $\epsilon = \pi^4/90 = 1,0823$  Планк представил в виде суммы ряда. Температура  $T_2 = 373$  К,  $T_1 = 273$  К.

## ЛИТЕРАТУРА

---

1. *Planck M.* Über irreversible Strahlungsvorgänge. 5 Mitteilung // S.-B. Preuß. Akad. Wiss., S.440-480, 1899. (S.479-480). *Planck M.* Physikalische Abhandlungen und Vorträge. Band I-III. F.Vieweg u. Sohn, Braunschweig, 1958, B.I, S.560-600. (с.599-600)
2. *Planck M.* Über irreversible Strahlungsvorgänge // Ann. Phys. 4(1), S.69-122, 1900; *Planck M.* Physikalische Abhandlungen und Vorträge. Band I-III. F.Vieweg u. Sohn, Braunschweig, 1958, B.I, S.614-667.
3. *Stoney G.J.* On the physical units of Nature // Phil Mag, 11, 381-390 (1881).
4. *Максвелл Дж.* Трактат об электричестве и магнетизме. М.: Наука. 1989. Т.1, с.308.
5. *Ландау Л.Д., Абрикосов А.А., Халатников И.М.* Асимптотическое выражение для функции Грина протона в квантовой электродинамике // ДАН СССР, 95, p.1177, 1954.
6. *Tomilin K.A.* Natural systems of units. To the Centenary Anniversary of the Planck system // Proc. of the XXII International Workshop on high energy physics and field theory. Protvino, 1999, p.287-296.
7. *Ludovichi B.* New system of physical units and standards // Am. J. Phys., 1956, 5, p.400-407.
8. *Планк М.* Избранные труды, М.: Наука, 1975, 788 с.
9. *Planck M.* Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung, Leipzig, 1906; 2 Auf., 1913, 208 S.
10. *Planck M.* Die Einheit des physikalischen Weltbildes // Phys. Zeit., 1909, 10, S.62-75.
11. *Kangro H.* Vorgeschichte des Planckschen Strahlungsgesetzes, F.Steiner Verlag, Gmbh-Wiesbaden, 1970, 271 S.
12. *Горелик Г.Е.* Первые шаги квантовой гравитации и планковские величины // Эйнштейновский сборник, 1978-79, М.: Наука, 1983, p.334-364; *Gorelik G.E.* First steps of quantum gravitation and the Planck values // Einstein Studies, vol.3, Boston, 1992, p.364-379.
13. *Горелик Г.Е., Френкель В.Я.* Матвей Петрович Бронштейн, М., Наука, 1990, 272 с.
14. *Einstein A.* Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation // Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., 1916, 1, 688-696.
15. *Einstein A.* Über Gravitationswellen // Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., 1918, 1, 154-167.
16. *Eddington A.S.* Report on the relativity theory of gravitation. 1918, 91 p.
17. *Гамов Г., Иваненко Д.Д., Ландау Л.Д.* Мировые постоянные и предельный переход // ЖРФХО, часть физическая, т. LX, вып. 1, с.13-17 (1927).

- 
18. *Bronstein M.P.* Quantentheorie schwacher Gravitationsfelder // *Phys. Zeit. der Sowjetunion*, 6, S.145-157 (1936).
  19. *Gorelik G.E. Frenkel V.Ja.* Matvei Petrovich Bronstein and soviet theoretical physics in the thirties, Birkhäuser Verlag, Basel, Boston, Berlin, 1994, 208 p.
  20. *Klein O.* Actual problems of small and big numbers in physics // *Kosmos (Sweden)*, 1954, 32, s.33 (*on Sweden*).
  21. *Klein O.* Generalisations of Einstein's theory of gravitation considered from the point of view of quantum field theory // *Helv. phys. acta suppl.*, 1956, 4, p.58.
  22. *Wheeler J.* Geons // *Phys. Rev.*, 1955, 97, p.511-536.
  23. Письмо Дж.А.Уилера Г.Е.Горелику от 10.2.1981. См.: *Горелик Г.Е.* Размерность пространства, М.: МГУ, 1983, с.104.
  24. *Markov M.A.* // *Progr. Theor. Phys.: Suppl. Commemoration Issue for 30th Anniversary of the Meson Theory by Dr.H.Yukawa*, 1965.
  25. *Сахаров А.Д.* О максимальной температуре теплового излучения // *Письма в ЖЭТФ*. 1966, 3, с.439–441.
  26. *Сахаров А.Д.* Вакуумные квантовые флуктуации в искривленном пространстве и теория гравитации // *ДАН СССР*. 1967. Т. 177 (1). С. 70–71.
  27. *Марков М.А.* Предельная плотность материи как универсальный закон природы // *Письма в ЖЭТФ*. 1982, 6, с.214–216.
  28. *Зельманов А.Л.* О бесконечности материального мира // *Диалектика в науках о неживой природе*. М.: Мысль, 1964. С. 227–269.
  29. *Зельманов А.Л.* Космология // *Развитие астрономии в СССР*. М.: Наука, 1967. С. 320–390.
  30. *Зельманов А.Л.* Многообразие материального мира и проблема бесконечности Вселенной // *Бесконечность и Вселенная*. М.: Мысль, 1969. С. 274–324.
  31. *Бронштейн М.П.* К вопросу о возможной теории мира как целого // *Успехи астрономических наук*. 1933. Сб. 3. С. 3–30.
  32. *Окунь Л.Б.* Фундаментальные константы физики // *УФН*. 1991. Т. 161, № 9. С. 177–194.
  33. *Горелик Г.Е.* Почему пространство трехмерно? М.: Наука, 1982. 167 с.
  34. *Горелик Г.Е.* Размерность пространства: историко-методологический анализ. М.: Изд-во МГУ, 1983. 214 с.
  35. *Горелик Г.Е.*  $cxG\hbar=?$  // *Знание-сила*. 1988, № 2. С. 21–27.
  36. *Зельманов А.Л., Агаков В.Г.* Элементы общей теории относительности, М.: Наука, 1989. 236 с.
  37. *Томилин К.А.* Фундаментальные постоянные и модели эволюции физики // *Исследования по истории физики и механики*. 2000. М.: Наука, 2001, с.183-206.